

物理学(2)

担当: 白井 英俊

Email: sirai@sist.chukyo-u.ac.jp

2章 力のつり合い

力学とは、力と運動の関係を調べる学問

そのための基礎として、

静止している物体

= 物体に働く**力がつりあって平衡状態**にある

について、力の働きを調べる

2.1 力とは

きちんとした定義が与えられ、特定の意味を持つ用語のこと

物理学に限らず、いろいろな学問において「力」のように普通の言葉が**専門用語**として用いられることが多いので注意しよう

力：物体どうしの相互作用の説明に用いる

物体の運動状態が変化したり変形したりした時に、他の物体から力を受けている、と考える

静止している物体でも、周囲の物体から力を受けていることに注意

力の分類:

- (1) 接触力 --- 接点や接触面を通して受ける力。例: 抗力、張力
- (2) 遠隔力 --- 空間的に離れた物体からの力。例: 万有引力、電磁気力
- (3) 見かけの力--- 他の物体から受ける力ではなく、座標系の加速度運動に原因がある力。例: 慣性力、遠心力

2.2 力の表し方

力の単位： N (ニュートン) で表す

1 N = 1 kgの質量の物体に作用し、

1 m/s² の加速度を生じさせる力

力は「大きさ」だけではなく、「向き(方向)」が重要

そこで、力をベクトルで表す (図で書くと長さを持つ矢印)

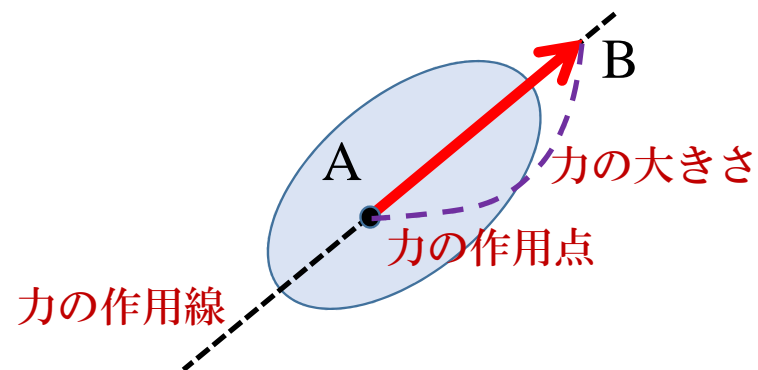
また、力が作用する物体が大きい場合には「力が加わっている場所」 --- 作用点 --- も重要になる

力の作用線: 力の作用点を通り、
力の方向に引いた直線

参考: p.75 運動の第2法則

力を F 、物体の質量を m 、力によって物体に生じる加速度を a とすると、

$$F = ma$$



作用点の重要性

同じ大きさと向きをもつ力でも、作用点が異なると物体への効果は異なることがある

その例: (前提: 床と物体との間に摩擦がある)

同じ大きさの力で
同じ方向に物体を引く



2.3 力のつり合い

物体が静止している \Leftrightarrow その物体にはたらく力がつり合っている

ここでは**剛体**を想定 --- 力を加えても変形しない物体

2.3 力のつり合い

(1) 作用線を共有する2力のつり合い

右図のように、

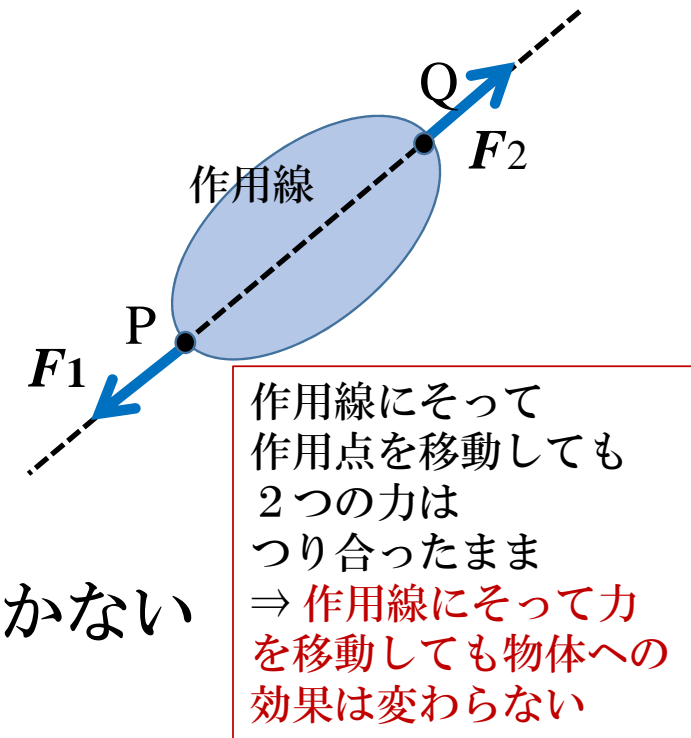
- 力の作用線を共有

(力の作用点はその線上にあり、力の向きがその線上にそろおう)

- 力の大きさが等しく、向きが逆である2つの力 F_1, F_2 は『つり合う』

つまり、この2つの力が働いても、物体は動かない
また、このことから、 $F_1 = -F_2$ と表される

負号は『逆向き』を意味



2.3 力のつり合い

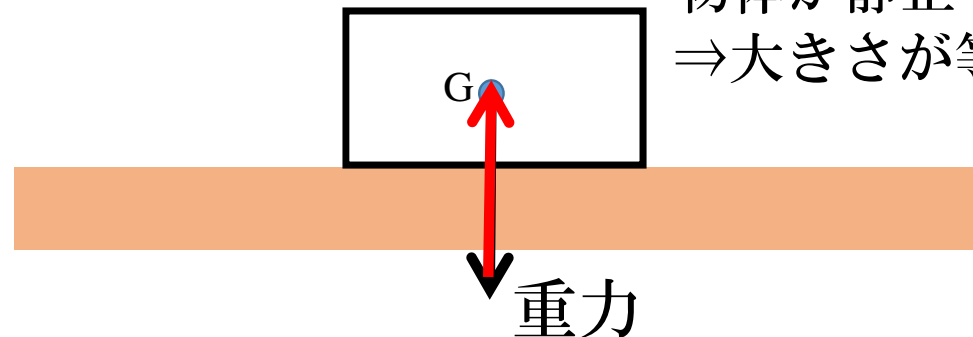
(1) 作用線を共有する2力のつり合い

例題2.1

水平な床の上に立方体ブロックが置かれている。ブロックが床から受ける力(抗力)を図示せよ。ここで点Gはブロックの重心とする。

抗力：床からの接触力

物体が静止⇒重力と抗力は『つり合う』
⇒大きさが等しく逆向き、作用線を共有

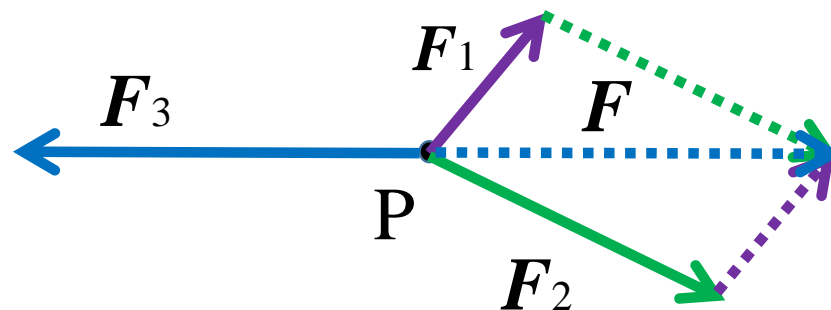


2.3力のつり合い

(2) 3力のつり合い

2つの力がつり合う場合は(1)で述べた

任意の点Pに3つの力(F_1, F_2, F_3)が作用してつり合っている場合:



F_1 と F_2 でつくる平行四辺形の対角線の矢線 F (ベクトルで表すと、 $F=F_1+F_2$)が F_3 と**大きさと方向が等しく向きが逆**になっている

F を F_1 と F_2 の**合力**という

2つの力がつり合う場合に帰着

公式: n個の力がつり合う条件:

$$F_1+F_2+\dots+F_n=0$$

$F = -F_3$ また、 $F_1+F_2+F_3=0$ と書ける

2.3力のつり合い

(3)力の分解

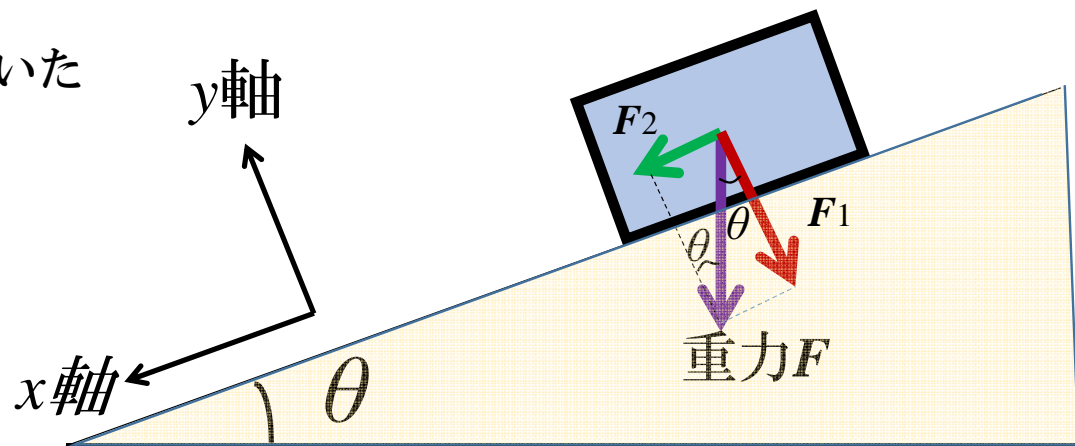
(2)で「力の合力」について学んだ。
これを逆に使うことを考える...

$$F_1 \text{ の大きさ: } F \cos\theta$$
$$F_2 \text{ の大きさ: } F \sin\theta$$

1つの力 F を2つの力 F_1 、 F_2 (ただし $F=F_1+F_2$)に分ける
このように分けた力を「(元の)力 F の分力」という

例:

右図のように、斜面上に物体を置いた
とき、
物体にはたらく重力 F を、
斜面上に垂直な力 F_1
斜面上に平行な力 F_2
という2つの分力に分ける



2.3力のつり合い

(4)平行な2力の合成

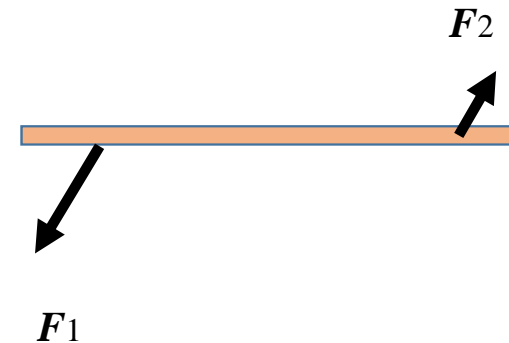
問題 細い棒に平行な2つの力がはたらく
これらの合力をどのように求めるか？

(1)



答: ある点を作用点とする
 F_1+F_2 の大きさと向きの方

(2)



答: 偶力(2つの力の大きさが等しい平行で逆向きの場合)でなければ(1)と同様に求まる
p.18 例題2.3

2.3力のつり合い

(4)平行な2力の合成 (続)

ステップ1. 棒に平行な適当な大きさの力 F_3 が F_1 の作用点に、また $-F_3$ の力が F_2 の作用点にはたらくと仮定する

(この2つの力の和は0になるので、こう仮定しても影響なし)

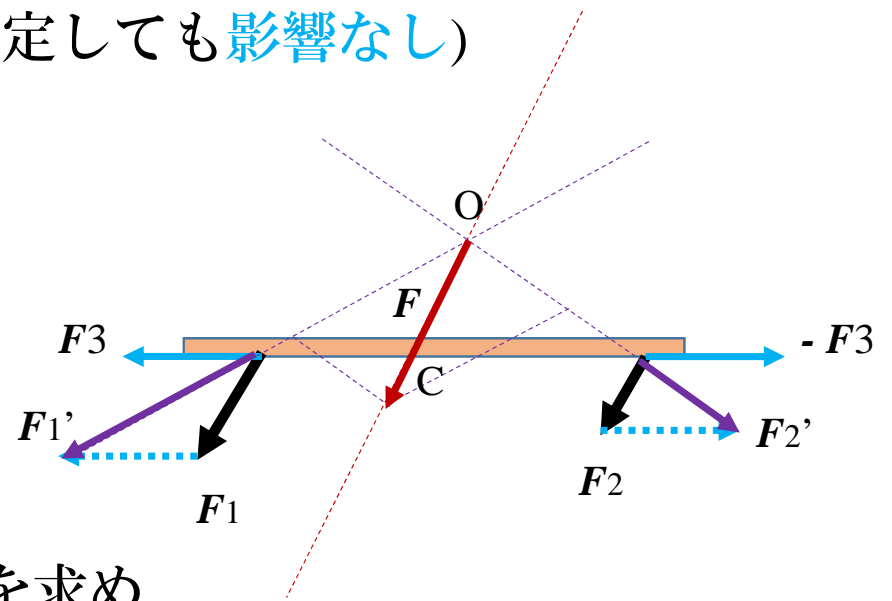
ステップ2. F_3 と F_1 の合力 F_1' 、および $-F_3$ と F_2 の合力 F_2' を求める

ステップ3. F_1' と F_2' の作用線の交点Oを求める

ステップ4. 交点Oに F_1' と F_2' を移動させ、合力 F を求める

ステップ5. 合力 F の作用線と棒との交点Cを求める。これが、 F_1 と F_2 の合力が作用する点

Cは F_1 と F_2 の作用点を結ぶ線分を(力の大きさ) $F_2:F_1$ に内分する点



2.4 自然界に存在するいろいろな力

(1) 重力

地上のすべての物体が地球から受ける力。方向は地球の中心方向

物体の**重さ** --- その物体が受ける重力の大きさ。質量 m [kg]なら mg [N]

ここで g は**重力加速度の大きさ**、 9.8 m/s^2

用語: 鉛直方向、水平方向

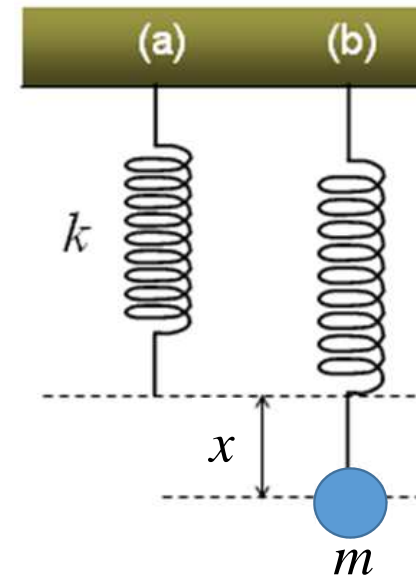
(2) ばねの力

ばねにおもり (m [kg]) を吊ると、ばねは伸びて静止する \Leftrightarrow 物体にかかる重力 (mg [N]) とばねの力が釣り合う

おもりに対して「ばねの伸び」 (x [m]) に比例した力がはたらく

$$mg = -kx$$

ばね定数 --- ばねによって異なる値をもつ

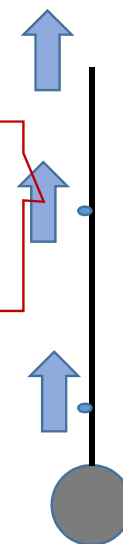


2.4 自然界に存在するいろいろな力(続)

(3) 糸の張力

糸や紐など(「糸」で総称)に繋がれた物体が糸から受ける力
ぴんと張った状態でのみ、糸に沿った方向に力を及ぼす

糸のどの点でも
張力は等しい
その理由は?



(4) 面の抗力

物体Aが他の物体Bと接触して、接触面(点の場合もある)を通して
Bから受ける力のこと

垂直抗力: 接触面に垂直な力の成分 --- 慣習的に N で表す

摩擦力: 接触面に平行な力の成分 --- 慣習的に f で表す

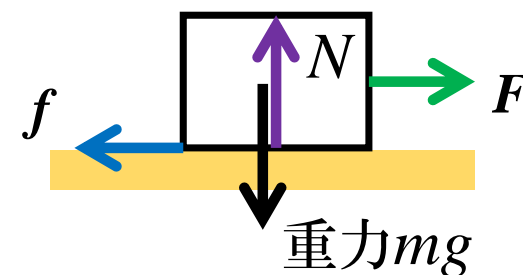
物体を力 F で引いても、力が小さい場合は動かない

静止摩擦力 --- 引いている力と等しい力が逆向きに

はたらいてつり合う

最大静止摩擦力 --- F を大きくして動き出す直前の摩擦力。

垂直抗力 N に比例、 μN --- μ は静止摩擦係数



静止摩擦力(続)

- 静止摩擦係数 μ は、物体や床の面によってきまる定数(次元をもたない数) .
- 最大静止摩擦力 f_{max} は物体の形などによらず、**静止摩擦係数 μ と垂直抗力 N のみによって決まる** --- $f_{max} = \mu N$
- なめらかな面(smooth surface)と粗い面(rough surface)
「なめらか」は摩擦がはたらかないことを意味する。「粗い」はその反対語
- 物体が静止しているときの摩擦力の大きさ f

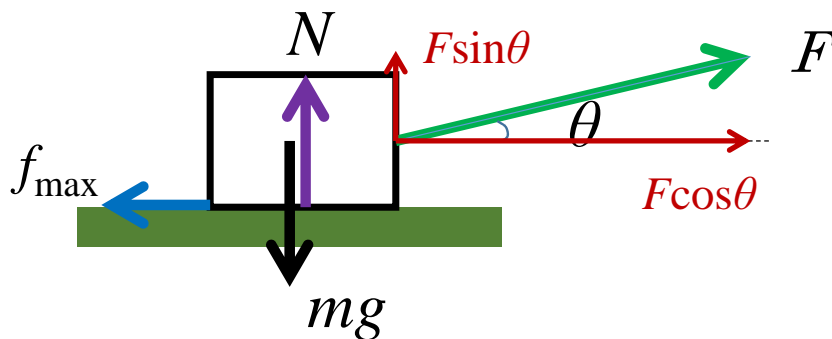
$$(2.4.11) \quad 0 \leq f \leq f_{max} = \mu N \quad [\text{N}]$$

いつも最大静止摩擦力がはたらいているわけではない
(最大静止摩擦力とは、静止摩擦力がとれる最大値)

練習問題

水平な粗い床に置かれた質量 m [kg]の物体に糸をつけて、 F [N]の力で水平と角度 θ をなす斜め上方向に引っ張った。物体が動き出す直前の F の大きさを求めよ。ただし静止摩擦係数を μ とし、重力加速度の大きさを g [m/s²]とする。

まず図を書き、それぞれの力を書き入れよう
その力のつり合いの式を立てる



解答：

$$f_{\max} = \mu N = F \cos \theta$$

$$mg = N + F \sin \theta$$

これから ($N = mg - F \sin \theta$ として)

$$\mu(mg - F \sin \theta) = F \cos \theta$$

$$F(\cos \theta + \mu \sin \theta) = \mu mg$$

$$\therefore F = \mu mg / (\cos \theta + \mu \sin \theta)$$

問題の解説の追加

以下の式をたてた：

$$f_{\max} = \mu N = F \cos \theta$$

$$mg = N + F \sin \theta$$

これにより上の2つの式は
床に垂直な力のつり合い
と

床に平行な力のつり合い
の式となる

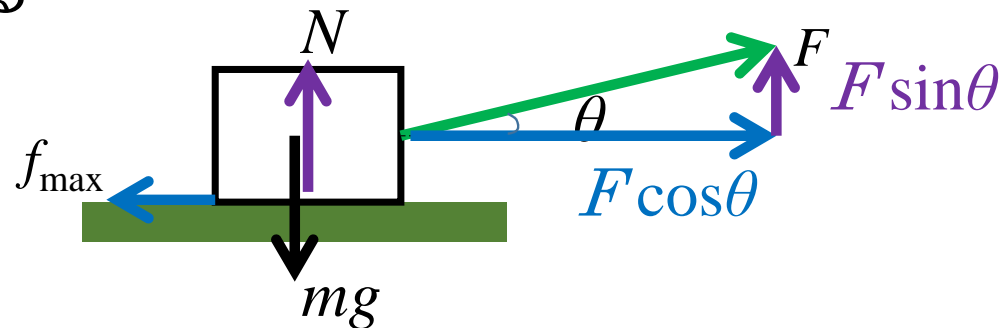
ここで F を：

床に平行な成分 $F \cos \theta$

と

床に垂直な成分 $F \sin \theta$

とに分けていることに注意！



動摩擦力

動摩擦力(sliding friction): 物体が引っ張られるなどの力によって床をすべり出した「後に」物体の運動を妨げる向きにはたらく摩擦力 (大きさを f' で表す)

物体の速度によらない一定の力

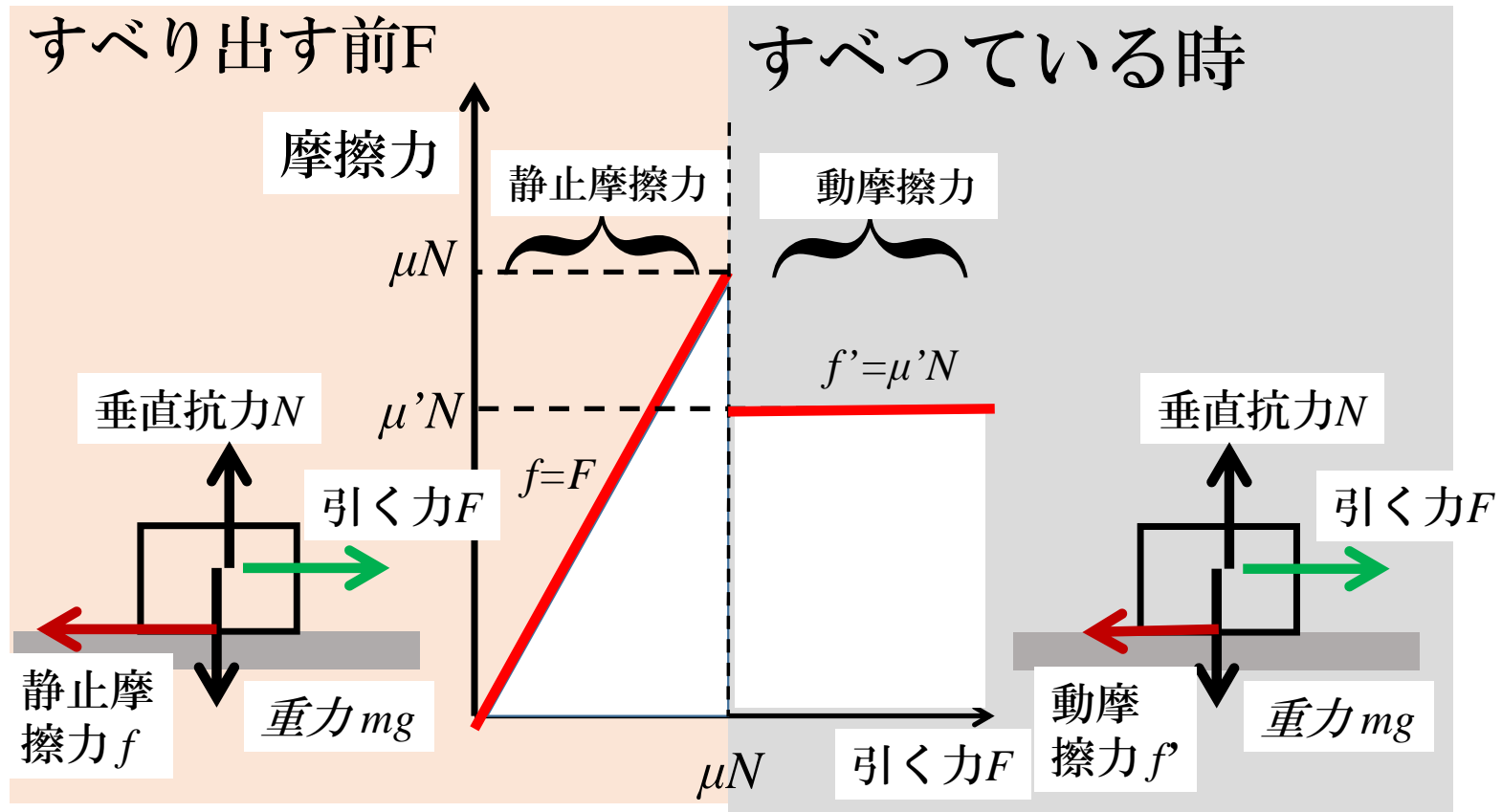
$$(2.4.12) \quad f' = \mu' N \quad [\text{N}]$$

ここで μ' は**動摩擦係数** (coefficient of sliding friction)

一般に(「普通の場合は」、ということ)

$$\mu > \mu' \quad (\mu: \text{静止摩擦係数})$$

静止摩擦力と動摩擦力



張力、抗力、摩擦力の問題

p.23-24の

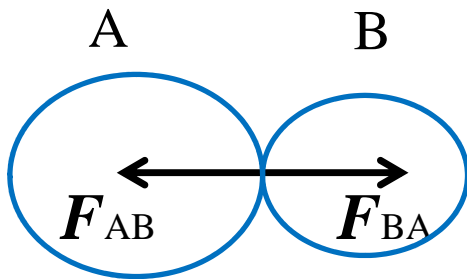
例題2.4 を考え、解いてから解説を読む
問6, 7, 8 を考えて解く

2.5 作用・反作用の法則

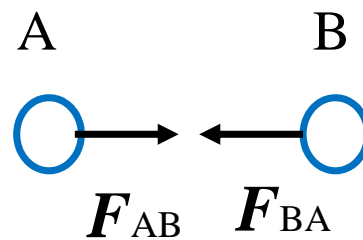
ここでの記号の約束: F_{AB} --- 物体Aが物体Bから受ける力

練習: F_{BA} とはなにか、説明せよ

物体AとBが力を及ぼし合っている場合



(a) 接触力

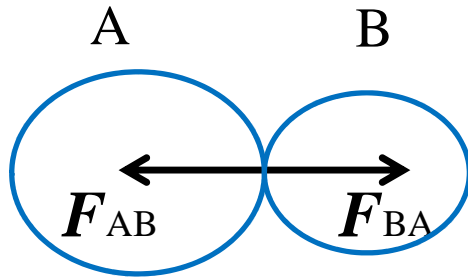


(b) 引力(遠隔力)

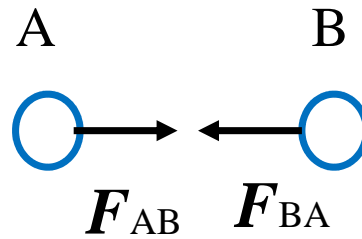


(b) 斥力(遠隔力)

2.5 作用・反作用の法則(続)



(a) 接触力



(b) 引力(遠隔力)



(b) 斥力(遠隔力)

物体AをBをまとめて **AB** で表し、ひとつの物体と見なす

系 (システム) **AB**が受ける力 = **Aが受ける力** + **Bが受ける力**

$F_{AB} + \text{AがB以外から受ける力}$

$F_{BA} + \text{BがA以外から受ける力}$

ABが受ける力 = $F_{AB} + F_{BA} + \text{ABがA,B以外から受ける力}$

ゆえに、 $F_{AB} + F_{BA} = 0$ 、つまり $F_{AB} = -F_{BA}$

2.5 作用・反作用の法則(続)

法則 2. 2

作用・反作用の法則 (ニュートンの運動の第3法則)

物体Aが物体Bから力 F_{AB} を受けるとき、
物体Bは物体Aから力の作用線を共有し、
大きさ、方向が等しく、向きが逆の力 F_{BA} を受ける。
すなわち、

参考：

第1法則：慣性の法則

第2法則：運動方程式

$$(2.5.16) \quad F_{AB} = -F_{BA}$$

注意: 物体が「静止状態」であるためのつり合いの式と混同しないように。

つり合いの式は、同じ物体に対するもの。

それに対し、この公式の力 F_{AB} と F_{BA} は、はたらく対象が異なる

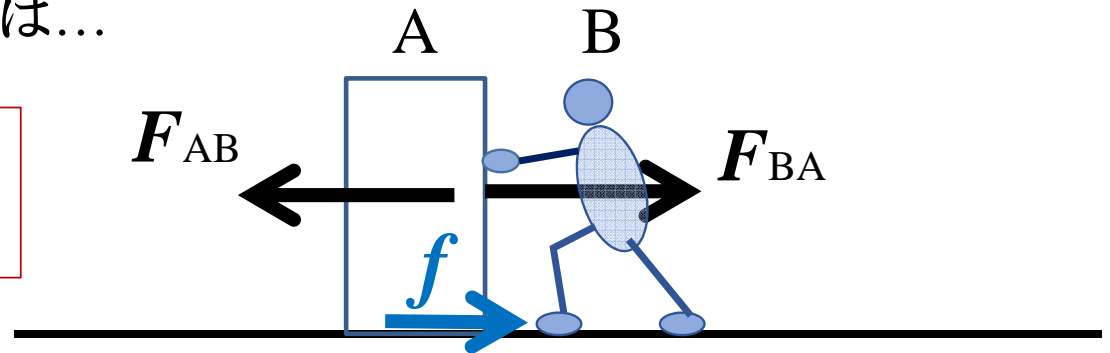
例題2.5 接触物体からの反作用

静止した物体Aに人Bが水平方向に力 F_{AB} を加えて押す
物体AはBに力 F_{BA} で押し返す。

作用反作用の法則により $F_{AB} = -F_{BA}$

「物体Aが静止するかどうか」は「物体Aにはたらく力だけ」考える
物体Aにはたらく力は、重力、床からの垂直抗力、力 F_{AB} 、床からの摩擦力 f
このうち、床に平行な力は **力 F_{AB}** と床からの**摩擦力 f** --- これらがつりあえば物体Aは静止する。そうでなければ...

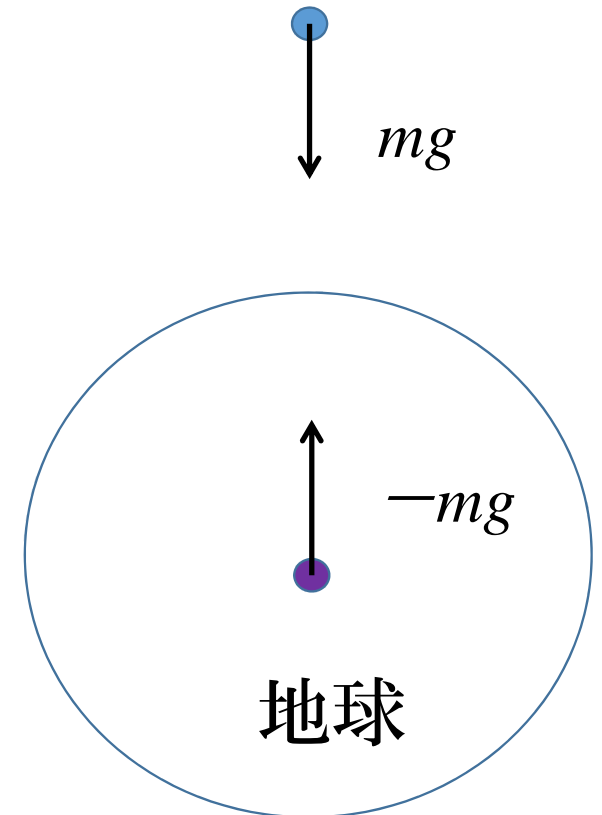
参考: 床に垂直な力、つまり重力と垂直抗力が
つり合うから物体Aは床に垂直方向には動かない
もしも、これがつり合わなければどうなる？



例題2.6 重力の反作用

質量 m の物体Aが重力 mg を受けて落下している。このとき重力 mg の反作用はどうなっているか？

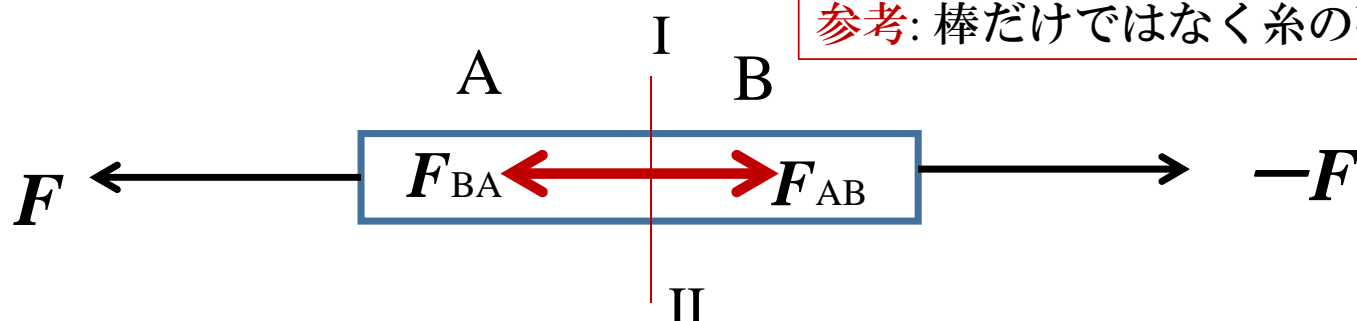
重力は遠隔力なので、その反作用の力
 $-mg$ は、地球の重心を作用点とし、物体
の方向にはたらく、つまり地球は物体Aか
ら重力と同じ大きさの力の引力を受ける



例題2.7 内力

棒の両端に力 F と $-F$ を加えて引っ張る。このとき、棒を任意の位置にある仮想断面I, IIで2つの部分A, Bに分けて考える。

AがBから受ける力 F_{AB} とBがAから受ける力 F_{BA} はどのようなものか？



作用反作用の法則により、 F_{AB} と F_{BA} の大きさと方向は等しく、逆向き、すなわち $F_{AB} = -F_{BA}$ が成り立つ。

ここで棒が静止しているので、Aに働く力もつり合っている。

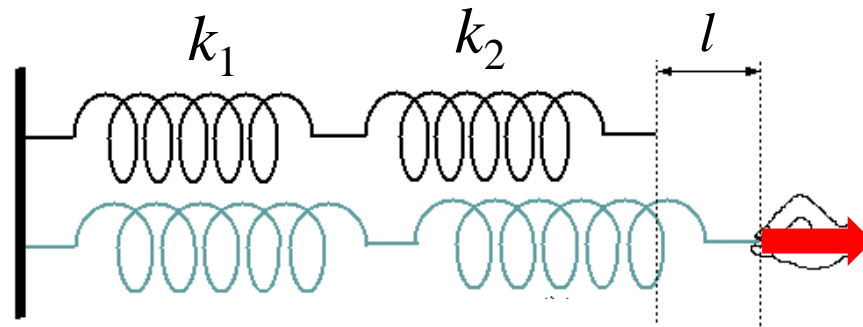
$F_{AB} = -F$ 同様にBに働く力のつり合いから、 $F_{BA} = F$

2章の問題

p.28-29 の問題をすべて解くこと

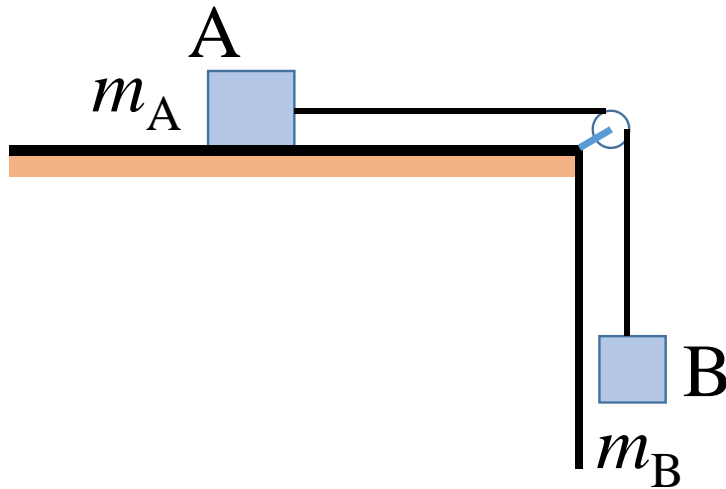
追加問題1.

- (1) ばね定数が k_1 と k_2 の軽いばねが直列につながれている。2つのばねの自然長からの伸びの和が l であるとき、それぞれの伸びを求めよ。
- (2) (1)で直列につないだばねを「ひとつのばね」と見た時、このばねのばね定数を求めよ。



追加問題2.

あらい水平な台の上に質量 m_A の物体Aが置かれ、軽い糸が付けられている。糸の他端にはなめらかな滑車を通して質量 m_B の物体Bがつるされている。Aが静止しているための条件を求めよ。ここで μ は台の静止摩擦係数、 g を重力加速度の大きさとする。



考え方：それぞれの物体ごとに、はたらく力を考えて書き込む。

糸の張力を T 、静止摩擦力を f 、垂直抗力を N とし、台に平行方向と垂直方向の成分にわけ、つり合いの式を考える。

2章についての質疑討論