

物理学第3回

問題1.

x 軸上を運動する物体Aの時刻 t [s]における原点からの距離 x [m]がつぎのように表される時、

$$x(t) = 3t^2 - 2t + 5$$

(1) 時刻1sにおけるAの位置を求めよ。

解答 つまり $x(1)$ を求める: $t=1$ を $x(t)$ の式に代入.

$$x(1) = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 5 = 6 \text{ m}$$

問題1.

x 軸上を運動する物体Aの時刻 t [s]における原点からの距離 x [m]がつぎのように表される時、

$$x(t) = 3t^2 - 2t + 5$$

(2) 時刻1sにおけるAの速度を求めよ。

解答 速度は位置の関数の微分。したがって

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 6t - 2$$

これから $v(1) = 4$ m/s

(3) 時刻 1 sにおけるAの加速度を求めよ。

解答

$$x(t) = 3t^2 - 2t + 3$$

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 6t - 2$$

がわかっている...

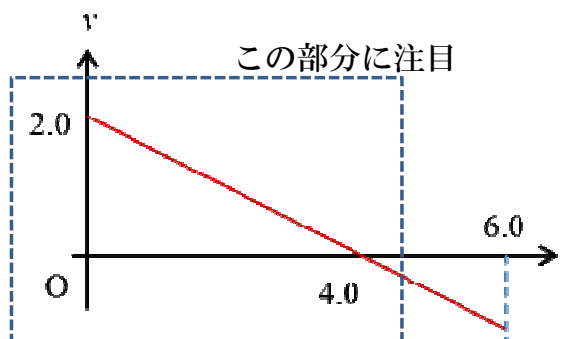
加速度は速度の微分。したがって、

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = 6 \quad \text{よって } a(1) = 6 \text{ m/s}^2$$

実は t には無関係だった...

問題2.

x軸上を運動する物体Aの任意の時刻 t [s]における速度 v [m/s]が右のグラフのように表されるとする。Aは時刻0で原点Oにあった。

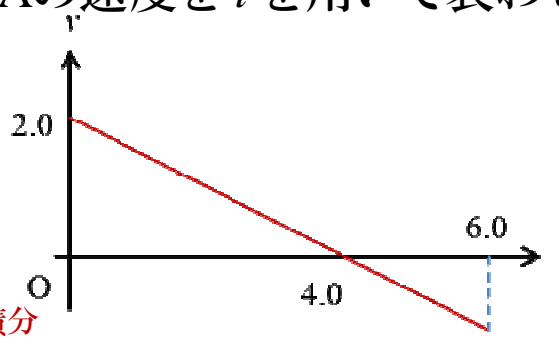


(1) 時刻0から6.0 s間のAの加速度の大きさを求めよ。

解答 $\frac{-2.0}{4.0} = -0.50 \text{ m/s}^2$
(4.0秒間で速度が -2.0 m/s 変化したから)

(2) 時刻 t [s] ($t \geq 0$)におけるAの速度を t を用いて表わせ

速度 $v(t)$ は加速度 $a(t)$ を t で積分
(ただし初期条件 $v(0)$ を考慮)



解答

$a(t)$ を t で積分

$$a(t) = -0.50 \text{ より } v(t) = \int_0^t a(t) dt = -0.50t + v(0) \text{ [m/s]}$$

ここで $v(0) = 2.0$ より $v(t) = -0.50t + 2.0 \text{ [m/s]}$

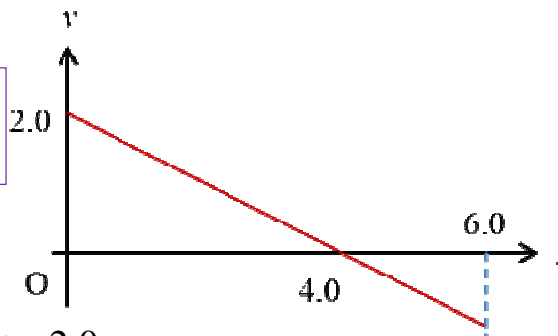
図のグラフと一致することを確認せよ

図から、直線 $v = at + b$ の式を求める(傾きと切片)のでも良い

(3) 時刻6.0 sにおける物体Aの位置を求めよ

位置 $x(t)$ は速度 $v(t)$ を t で積分
(ただし初期条件 $x(0)$ を考慮)

「Aは時刻0で原点Oにある」 $\rightarrow x(0)=0$



解答 (2)の結果から $v(t) = -0.50t + 2.0$

$v(t)$ を t で積分

$$x(t) = \int_0^t v(t) dt = -0.25t^2 + 2.0t + x(0)$$

$$= -0.25t^2 + 2.0t \text{ より}$$

$$x(6.0) = 3.0 \text{ m}$$

(4) 時刻0から6.0 s 間の移動距離を求めよ

解答 $v(t) = -0.50t + 2.0$

$$x(t) = -0.25t^2 + 2.0t$$

v は4.0 sを境に向きが変わる。よって、

$$\text{移動距離} = (x(4.0) - x(0.0)) + |x(6.0) - x(4.0)|$$

$$= 4.0 + 1.0 = 5.0 \text{ m}$$

(4) 時刻0から6.0 s 間の移動距離を求めよ

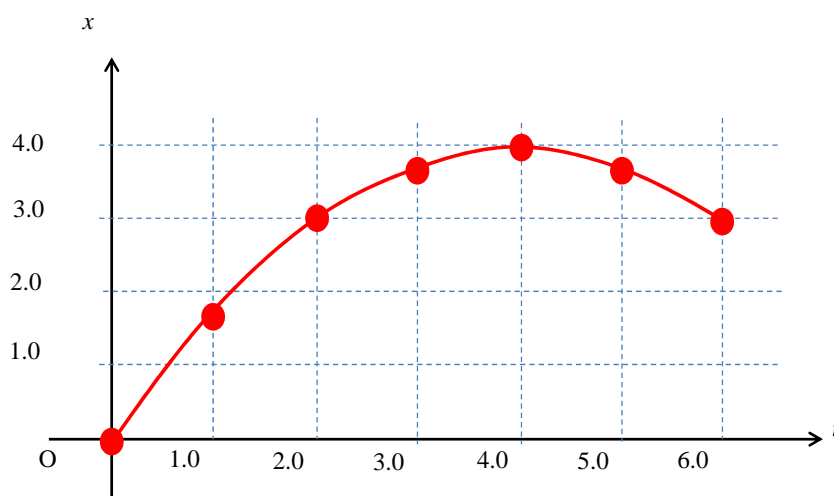
移動距離は「**速さ**」の時間積分
(ただし、初期条件を考慮)

解答 $v(t) = -0.50t + 2.0$

これは4.0 sを境に向きが変わる。よって、

$$\begin{aligned} \text{移動距離} &= \int_0^{6.0} |-0.50t + 2.0| dt \\ &= [-t^2/4 + 2t]_{0.0}^{4.0} + [t^2/4 - 2t]_{4.0}^{6.0} = 4.0 + 1.0 = 5.0 \text{ m} \end{aligned}$$

(5) 時刻0から6.0 s 間のAの位置をグラフに書け



問題3. なめらかな水平面上に静止している質量 m [kg]の小物体Aに、一定の大きさ F [N]の力を加え続けて運動させた。必要ならば重力加速度の大きさを g [m/s²]とせよ



(1) Aに生じた加速度の大きさを求めよ。

解答: 運動方程式 $F=ma$ より $a = F / m$ [m/s²]

(2) 力を加え始めた時刻を0とする。時刻 t [s] ($t > 0$)におけるAの速さを求めよ

解答:

速度は加速度の積分（初期条件を考慮のこと）

$$a(t) = F / m$$

$$v(t) = \int a(t) dt = \int \frac{F}{m} dt \text{ より、 } v(t) = \frac{Ft}{m} \text{ [m/s]}$$

(3) 力を加え始めてからAが距離 L [m]だけ移動するのにかかる時間を求めよ。

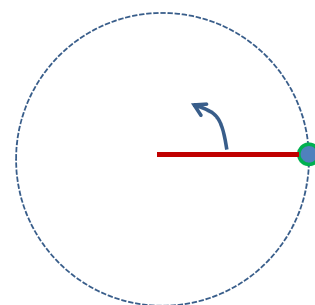
解答: $v(t) = \frac{Ft}{m}$ [m/s]

$$L = \int v(t) dt = \int \frac{Ft}{m} dt = \frac{Ft^2}{2m} \quad \text{から、} \quad t = \sqrt{\frac{2mL}{F}} \quad [\text{s}]$$

問題4.

なめらかな水平面内で、質量1.0 kgの小物体Aに0.50 mの伸び縮みしない軽いひもをつけ、回転数2.0 Hzで回転させた。必要なら円周率 $\pi=3.14$ で計算せよ。

(1) Aが一回転する時間（周期）を求めよ。



解答: 回転数(n) 2.0 Hz だから
周期(T) = $1/n = 1/2.0 = 0.50$ s

(2) Aの速さを求めよ

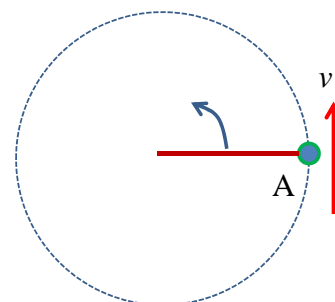
解答: 半径を r [m]とすると、

$$\text{速さ } v = 2\pi r \times n$$

そこで、 $n=2.0$, $r=0.50$ を入れて

$$v = 2 \times 3.14 \times 0.50 \times 2.0 = 6.28$$

答 6.3 m/s

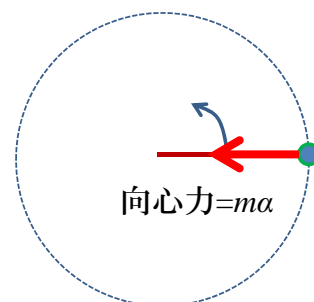


(3) Aの加速度の大きさを求めよ

解答: 回転の中心方向の加速度

$$v^2/r = (6.28)^2/0.50 = 78.88$$

答 79 m/s²

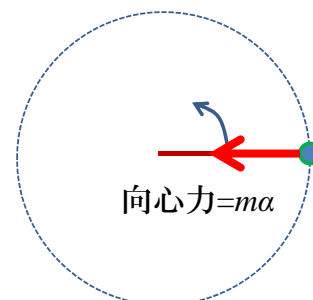


(4) ひもがAを引く力の大きさを求めよ

解答:

これは遠心力(=向心力)に等しい

質量1.0 kgなので(3)の答から 79 N



(5) ひもが切れた時のAの動きは？

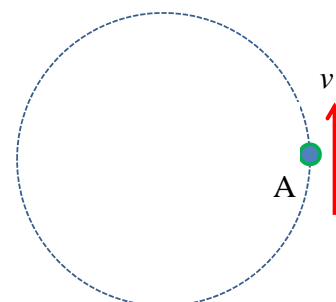
解答:

ひもの張力によって回転運動が起こる

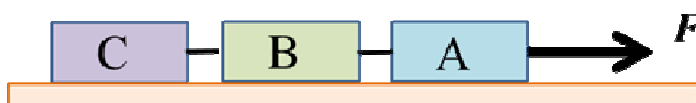
回転運動 = 接線方向の運動

+ 円の中心方向の運動

ひもが切れる ⇒ 円の中心方向への力が働かない



問題5.



図のように、なめらかな水平面上に、質量がそれぞれ m_A , m_B , m_C [kg]の小物体A, B, Cを軽く伸び縮みしないひもで連結した。そしてAにつけた軽いひもで水平に大きさ F [N]の力で引いたところ、A,B,Cは一体となって動き出した。

(1)これらの小物体の加速度の大きさを求めよ。

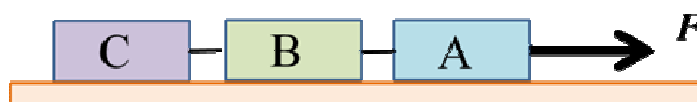
解答:

一体となって動いたので、みな等しい

その値を α [m/s²]とすると $F = (m_A + m_B + m_C) \alpha$

よって、 $\frac{F}{m_A + m_B + m_C}$ [m/s²]

(2)AB間のひもの張力を求めよ。

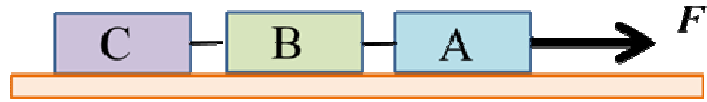


解答:

これはBCに対して(1)の加速度を与える力に等しい

$$\therefore \frac{F(m_B + m_C)}{m_A + m_B + m_C} \text{ [N]}$$

(3)BC間のひもの張力を求めよ



解答:

これはCに対して(1)の加速度を与える力に等しい

$$\therefore \frac{F m_C}{m_A + m_B + m_C} \text{ [N]}$$