

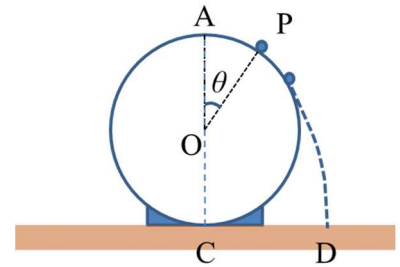
学籍番号

氏名

問題 1. 教科書の例題 12.3 を読むこと。そしてこれに基づき、月の月面からロケットを打ち上げて月の引力圏から脱出させるために必要な最小の速さを求めよ。ただし、万有引力定数 $G=6.7\times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ 、月の質量 $M=7.3\times 10^{22} \text{ kg}$ 、月の半径 $R=1.7\times 10^3 \text{ km}$ とする。

問題 2. 半径 $R[\text{m}]$ のなめらかな球が水平な床に接した状態で固定されている。いま球の頂点 A から質量 $m[\text{kg}]$ の質点 P がゆっくりと滑り出した。以下では重力加速度の大きさを $g[\text{m/s}^2]$ とし、空気抵抗は無視できるものとせよ。

(1) 質点 P が球の表面にとどまっているとき、 O を球の中心として $\angle AOP$ が θ となったときの P の速さ $v[\text{m/s}]$ を求めよ。

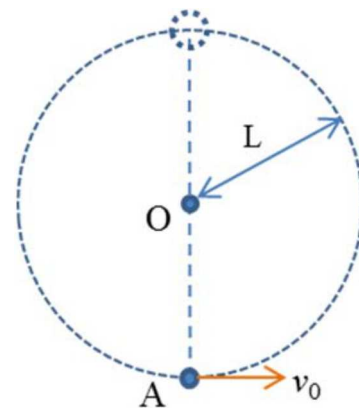


(2) 上記の状態のときの質点 P が球から受ける垂直抗力の大きさを求めよ。

(3) (2)の答において、垂直抗力の大きさ 0 となる角度 θ を求めよ。これは質点 P が球面から離れる地点を与えている。

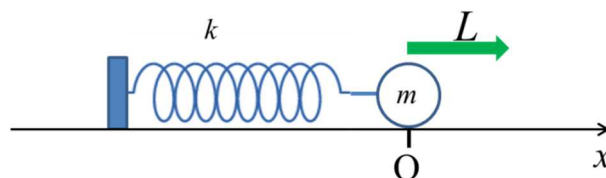
(4) 質点 P が球面から離れた時の速さを $v [\text{m/s}]$ 、球面から離れて床に落ちるまでの時間を $t [\text{s}]$ として、 P が床に落ちた場所 D と、球の中心 O の直下の床の上の点 C との距離を答えよ。

問題 3. 長さ L [m] の伸び縮みしない軽いひもの一端を点 O に固定し、他端には質量 m [kg] の小球 A をつけてつり下げ、点 O の真下にある A に対して初速度 v_0 [m/s] を与える。 A が円軌道を描くためには、 v_0 はどのような値でなければならないか、答えよ。ただし、重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。



問題 4. 微分方程式 $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$

が $x = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t$ (C_1 と C_2 は初期条件によって定まる) という一般解を持つことを前提として、以下の間に答えよ。



質量が無視できるバネ定数 k [N/m] のつる巻きばねの一端に、質量 m [kg] の質点をつけ、摩擦力が無視できる水平な台の上のせる。バネの他端は台上に固定する。質点をつり合いの位置からばねの方向に距離 L [m] だけ引っ張って静かに放すとき、振動の周期が $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ [s] で与えられることを示せ。