

学籍番号 _____

氏名 _____

前提知識: わからなければ教科書で調べること

単位、次元、有効数字、万有引力の法則、単振り子の周期、力のつり合い、フックの法則(フックの力)、摩擦力

問題 1. 地球の半径はおよそ 6.4×10^3 km、質量はおよそ 6.0×10^{24} kg である。万有引力定数 $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ であることを用いて以下の問に答えよ。計算には、円周率 $\pi = 3.14$ を用いよ。計算式を書き、答は有効数字の桁数を考慮し、単位を明記すること。

(1) 地球における重力加速度の大きさを求めよ。

解答: 万有引力の法則 $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ を用いる

重力加速度 g は「地球の地表面にある物体」と「地球」との引力の大きさを求めるここで、「地球の中心=重心」として重心にすべての質量があるとして計算

$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = m_1 g$ (m_1 が物体、 m_2 が地球、 r が地表面と地球重心との距離) から

$$G \frac{Mm}{r^2} = mg \Rightarrow g = G \frac{M}{r^2} \quad \therefore g = G \frac{M}{r^2} = 6.7 \times 10^{-11} \times \frac{6.0 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6)^2} = 6.7 \times 10^{-11} \times \frac{6.0}{(6.4)^2} = 9.8 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

(2) 月の質量はおよそ 7.3×10^{22} kg、半径はおよそ 1.7×10^3 km である。月における重力加速度の大きさを求めよ。これは地球における重力加速度の何倍にあたるか?

$$\text{解答: (1)より } g_{\text{月}} = G \frac{M_{\text{月}}}{r_{\text{月}}^2} = 6.7 \times 10^{-11} \times \frac{7.3 \times 10^{22}}{(1.7 \times 10^6)^2} = 6.7 \times 10^{-11} \times \frac{7.3}{(1.7)^2} = 1.7 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

よって、これはおよそ地球の重力加速度の 0.17 (≒ 1/6) 倍

(3) 地球上で周期が 1.0 s の単振り子を作りたい。この振り子の糸の長さを求めよ。

解答: 糸の長さ l [m] の単振り子の周期 (9.4 節)

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi \sqrt{l/g} \text{ [s]} \quad \text{ただし、重力加速度の大きさを } g \text{ [m/s}^2\text{]} \text{ とする}$$

$$\text{したがって、} l = g \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2$$

ここで、(1)の結果から $g=9.81 \text{ m/s}^2$ 、 $T=1.0 \text{ s}$ 、 $\pi=3.14$ を代入して

$$l = 0.25 \text{ [m]}$$

(4) 地球と月の距離はおよそ 3.8×10^5 km である。月と地球との間の万有引力の大きさはいくらか?

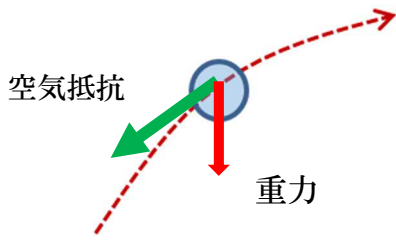
解答: 2つの物体間の万有引力の大きさ $F = G Mm/r^2$ [N]

月と地球との距離 $r = 3.8 \times 10^5 \text{ km}$ 、地球の質量 $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ 、月の質量 $m = 7.3 \times 10^{22} \text{ kg}$ 、万有引力定数 $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

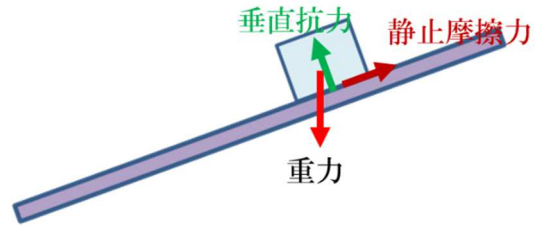
$$\text{これらから } F = G \frac{Mm}{r^2} = 6.7 \times 10^{-11} \times \frac{6.0 \times 10^{24} \times 7.3 \times 10^{22}}{(3.8 \times 10^8)^2} = 6.7 \times 10^{-11} \times \frac{6.0 \times 7.3}{(3.8)^2} = 2.0 \times 10^{20} \text{ N}$$

問題 2. つぎのそれぞれの図で小物体(ただし(3)は棒)が受ける力の名称を書き入れ、それぞれの力の向きを示す矢印を書き入れよ。なお、地球上とし、(1)は空気抵抗も考慮せよ。

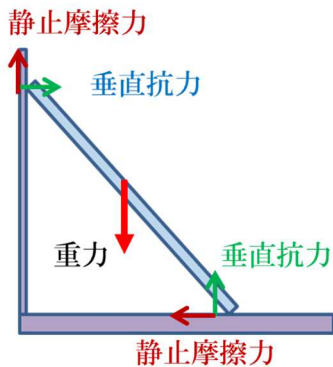
(1) 空中に投げ上げられたボール



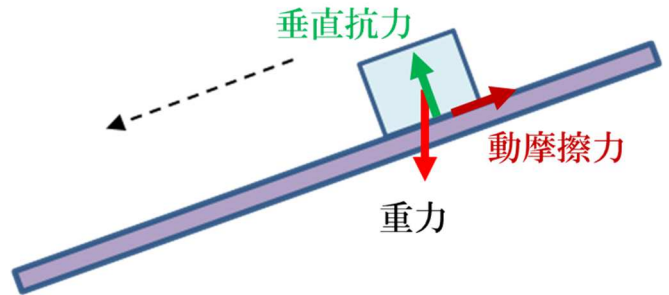
(2) 粗い斜面上で静止している小物体



(3) 粗い床と粗い壁に立てかけた棒(静止状態)
棒の質量は一様に分布



(4) 粗い斜面を加速しながら
滑り落ちている小物体



問題 3. 問題 2 において、小物体にはたらく力がつりあいの状態にあるものをすべて書け。

解答: (1) なし

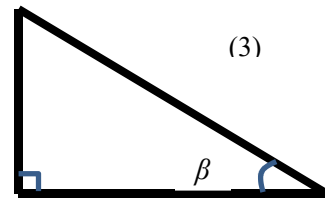
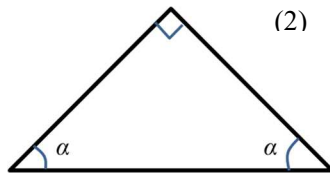
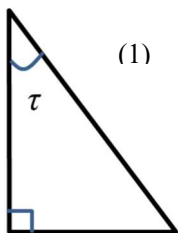
(2) 垂直抗力と重力の斜面上に垂直方向の分力、静止摩擦力と重力の斜面上に平行な方向の分力

(3) 床の垂直抗力と壁からの静止摩擦力の和と、重力
床からの静止摩擦力と壁の垂直抗力

(4) 垂直抗力と重力の斜面上に垂直方向の分力

(加速しながら落ちているので、動摩擦力は重力の斜面上に平行な方向の分力より小さい)

問題 4. それぞれの三角形について質問に答えよ。



(1) 斜辺以外の辺の長さがそれぞれ 3.0m, 4.0m の三角形である。残る辺の長さ、 $\sin \tau$ 、 $\cos \tau$ の値をそれぞれ答えよ。 答: $\sin \tau = 0.60$, $\cos \tau = 0.80$

(2) $\sin \alpha$ と $\cos \alpha$ の値をそれぞれ答えよ。 答: $\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(3) 斜辺の長さが 4.0m、最も短い辺の長さが 2.0m の三角形である。残る辺の長さ、 $\sin \beta$ 、 $\cos \beta$ の値を答えよ。 答: $2.0\sqrt{3} \cong 3.5$ $\sin \beta = 0.50$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0.87$