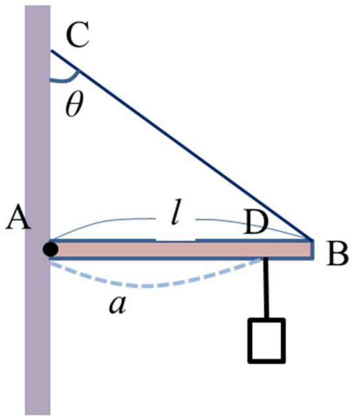
学籍番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿

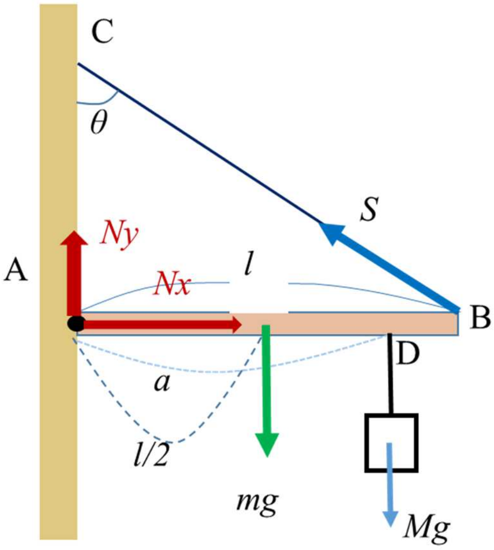


問題 1.　右図のように、重さが一様な質量 m の長さ l の棒が、一端はピン A で壁に取り付けられ、他端は糸 BC で壁に結ばれて、水平になっている。糸と壁がなす角は θ である。いま、棒上の点 D(AD=a)に質量 M のオモリを吊るした。重力加速度の大きさを g とする。

(1) 棒にはたらく力を書きこめ。ここで糸 BC の張力を S、ピン A の抗力の水平方向の分力を N_x、鉛直方向の分力を N_y で表すものとする

注意：mg を忘れている人や位置 a を棒の重心と誤解している人が多かった

(2) 糸 BC の張力 S を求めよ。



答:

棒にかかる力のつり合い条件を書こう

水平方向：　$Nx = S\sin\theta$　①

鉛直方向: $(M+m)g = S\cos\theta + Ny$　②

A 点まわりの力のモーメント

$Sl\sin(\pi/2-\theta) - aMg - lmg/2 = 0$

書き直すと

$2Sl\cos\theta = (2aM + lm)g$　③

③から　$S = \dfrac{(2aM+lm)g}{2l\cos\theta}$　④

(3) ピン A の抗力 Nx と Ny を求めよ。

答:

(2)の解答から、

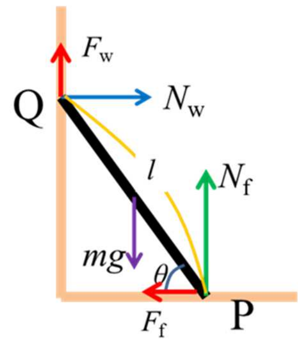
①に④を代入して

$$Nx = \frac{(2aM+lm)g}{2l}\tan\theta$$

また②から

$$Ny = (M+m)g - \frac{(2aM+lm)g}{2l} = \left(\frac{l-a}{l}M + \frac{1}{2}m\right)g$$

問題２．水平な床と垂直な壁があり、まっすぐで一様な長さ l の細い棒が立てかけられている。棒が床面となす角度 θ がどれだけになるとすべりだすか、その時の $\tan\theta$ の値を求めよ。ただし棒と床、棒と壁の静止摩擦係数をそれぞれ μ_1, μ_2 とする。重力加速度の大きさを g とする。なお、すべりだす限界において、壁と床の摩擦力は最大静止摩擦力であるということを使うものとする。



答:　図のように、壁からの垂直抗力を N_w、壁からの静止摩擦力を F_w, 床からの垂直抗力を N_f、床からの静止摩擦力を F_f 、棒にかかる重力の大きさを mg とする

すべりだす限界にある力のつりあい：

床に平行方向: $N_w - F_f = 0$　　①

床に垂直方向: $N_f + F_w - mg = 0$　　②

ゆえに $N_w = F_f$ 、また $N_f + F_w = mg$　　③

静止摩擦力の制約から、$F_f \leqq \mu_1 N_f$　$F_w \leqq \mu_2 N_w$

また点 P での力のモーメントは、

$lmg\cos\theta/2 - l N_w\sin\theta - l F_w\sin(\theta+\pi/2) = 0$　　④

$mg\cos\theta - 2N_w\sin\theta - 2F_w\cos\theta = 0$　　ゆえに $mg = 2(N_w\tan\theta + F_w)$

ここで、F_w が最大静止摩擦力ならば、$F_w = \mu_2 N_w$ であるから、$mg = 2(\tan\theta + \mu_2) N_w$　　⑤

また、③から　$mg = N_f + F_w$

F_w が最大静止摩擦力ならば $mg = N_f + \mu_2 N_w = N_f + \mu_2 F_f$

ここでさらに F_f が最大静止摩擦力ならば $mg = (1+\mu_1\mu_2) N_f$

これと⑤から、　$2(\tan\theta + \mu_2) N_w = (1+\mu_1\mu_2) N_f$

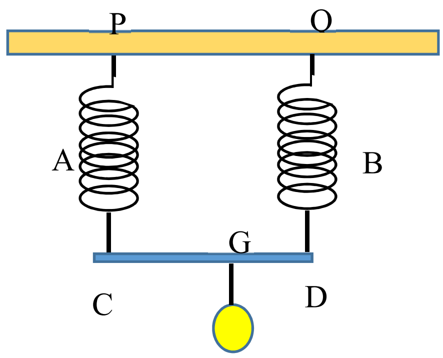
①から $2(\tan\theta+\mu_2) N_w = 2(\tan\theta+\mu_2) F_f = 2(\tan\theta+\mu_2)\mu_1 N_f$

$\therefore 2(\tan\theta+\mu_2)\mu_1 N_f = (1+\mu_1\mu_2) N_f$　　$N_f > 0$ だから、$2(\tan\theta+\mu_2)\mu_1 = (1+\mu_1\mu_2)$

$\tan\theta + \mu_2 = (1+\mu_1\mu_2)/(2\mu_1)$

$\therefore \tan\theta = (1-\mu_1\mu_2)/(2\mu_1)$

問題 3, 同じ長さの 2 つのばね A,B がある。ばねの上端を固定し、ばねの下端に分銅 W をつりさげたところ、A は 0.20m、B は 0.10m それぞれのびた。このばねを右図のように水平面上の P,Q 点に上端を固定し、他端に軽いまっすぐな棒 CD を水平にとりつけ、G 点に先の分銅 W をつるしたところ、棒は水平のまま何 m か下がった。棒が下がった距離と、$\overline{CG}/\overline{CD}$ の値を答えよ。



答:　ばね A と B のばね定数をそれぞれ k_1[N/m]、k_2[N/m]とし、分銅 W の質量を m[kg]、重力加速度の大きさを g[m/s^2]とする。

問題文から、$k_1 = mg/0.20 = 5.0mg$ [N/m]

$k_2 = mg/0.10 = 10mg$ [N/m]

図の状態において、ばねの伸びを x[m]とし、力のつりあいを考えると、

$x(k_1+k_2) = mg$　　つまり、$15mgx = mg$ となるので、$x = 1/15 \fallingdotseq 6.7\times10^{-2}$ m

$\overline{CG}/\overline{CD} = a$ とおくと、G 点周りの力のモーメント：

$x k_1 \times a = x k_2 \times (1-a)$

$5mgx\, a = 10mg\, x(1-a)$　　これから　$a = 2(1-a)$　　$\therefore\ a = 2/3 \fallingdotseq 0.67$