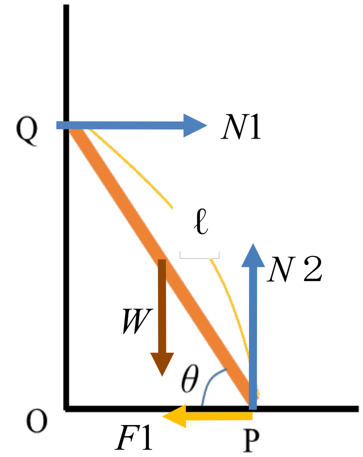
物理「力学」宿題 (締切:**5 月 25 日(金) 午前 8 時 11 号館 6 階 EV ホール**)　　2018-05-21

学籍番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

問題1．右図のように、なめらかな鉛直壁に、長さ ℓ [m] のはしごがたてかけてある。はしごは細く、重さは一様で，質量は M[kg] である。床とはしごの静止摩擦係数を μ、点 P をはしごと床との接点、点 Q をはしごと壁との接点とし、$\angle QPO = \theta$ とする。



重力加速度の大きさを g[m/s^2]、空気の抵抗は無視できるものとして、以下の問いに答えよ。

(1) はしごにはたらく力をすべて図に書き入れよ。ただし、力の向きを矢印で表し、重力には W, 摩擦力には $F1$、$F2$ …、垂直抗力には $N1$, $N2$ …という記号を使用すること。また、はしごにはたらく重力は,はしごの重心を作用点とするものとする。

(2) (1) で記した記号を用いて、水平方向の力のつり合いの式を書け。

$N_1 = F_1$

(3) (1) で記した記号を用いて、鉛直方向の力のつり合いの式を書け。

$W = N_2$

(4) (1) で記した記号を用いて、P 点のまわりの力のモーメントのつり合いの式を書け。

$$\frac{1}{2}\ell W \cos\theta = N_1 \ell \sin\theta$$

これ以降の問題では、OP の距離は $\frac{3}{5}\ell$ [m]とする。

(5) $\sin\theta$ と $\cos\theta$ の値をそれぞれ数値で表せ(ただし分数のままで良い)。

三平方の定理から OQ の距離は $\frac{4}{5}\ell$ [m]　　$\therefore \sin\theta = \frac{4}{5}$　　$\cos\theta = \frac{3}{5}$　　(これから $\tan\theta = \frac{4}{3}$)

(6) はしごの上端 Q が壁から受ける垂直抗力の大きさと、はしごの下端 P が床から受ける垂直抗力の大きさを、単位も含めてそれぞれ求めよ。M, g, l, μ から適切な記号を選んで答えること。注意: θ を用いずに答え、分数のままで答えて良い。

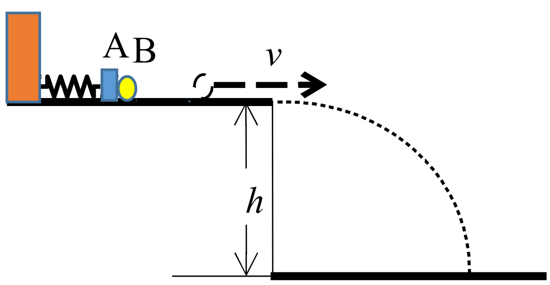
$W = Mg$ [N] と(3)式から、N_2(はしごの下端 P が床から受ける垂直抗力)の大きさは Mg [N]

(4)式からはしごの上端 Q が壁から受ける垂直抗力の大きさ N_1 は $\dfrac{Mg\cos\theta}{2\sin\theta} = \dfrac{Mg}{2\tan\theta} = \dfrac{3}{8}Mg$

(7) はしごがすべらないためには静止摩擦係数 μ はどのくらいの大きさでなければならないか、その条件を数値でもとめよ。(ただし分数のままで良い)

(2)から $F_1 = N_1 = \frac{3}{8}Mg$　また、静止摩擦力の制約から $F_1 \leqq \mu N_2 = \mu Mg$　　これから $\frac{3}{8}Mg \leqq \mu Mg$　　$\therefore \frac{3}{8} \leqq \mu$

問題 2. 図のようにバネ定数 k のバネに質量 M の板 A をとりつけ、この板に質量 m の小球 B を接触させる。板 A に小球 B を接触させたままバネを自然長から長さ ℓ だけ縮ませてから放すと、小球 B はバネが自然長になったところで板から離れ、なめらかな水平面をすべり、h だけ下にある床に落下する。重力



加速度の大きさを g とし、空気の抵抗は無視できるものとする。
(1) バネを自然長から長さ ℓ だけ縮ませたときの弾性エネルギーの大きさを答えよ。

$$\frac{1}{2}k\,l^2$$

(2) 小球 B が水平面をすべる時の速さ v を k, M, m, ℓ を用いて表せ。

摩擦がないので、小球 B が水平面をすべる時の速さはばねから離れた時の速さに等しい。また力学的エネルギー保存則が成り立つから

$$\frac{1}{2}k\,l^2=\frac{1}{2}(M+m)v^2 \qquad \therefore v=l\sqrt{\frac{k}{M+m}}$$

(3) 小球 B が床に落下し、床と衝突する直前の鉛直方向の速度成分の大きさが $2v$ であった。このことを用いて h を v で表せ。

注意：与えられているのは鉛直方向の速度成分なので力学的エネルギー保存則はそのままでは使えない

鉛直方向の運動を考えると、落下時点では速さ=0、また加速度の大きさは g なので、

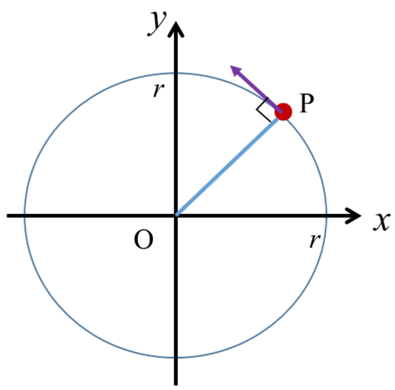
$$(2v)^2-0^2=2gh \qquad \therefore h=\frac{2v^2}{g}$$

問題 3. 地表面における重力加速度の大きさを g[m/s^2]とする。地表面で長さ ℓ [m]の単振り子の周期［s］が $2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ であったか、それとも $2\pi\sqrt{\dfrac{g}{l}}$ であったか、忘れてしまったとする。次元解析によってどちらの式が正しいかを判定せよ。

周期の次元は T 、重力加速度の次元は LT^{-2},長さの次元は L である。

このことから、周期が重力加速度と長さによって表されるとすれば、T=$(LT^{-2})^a L^b$ が成り立つ a,b を求めればよい。これを解くと $a=\dfrac{-1}{2}, b=\dfrac{1}{2}$ となるので、周期は $2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ と表されるほうが妥当である。

問題 4. 右図のように半径 1.0 m の円周上を小物体 P が等速円運動している。
計測したところ、円周を 4 周するのに 2.0 s かかった。この P の運動について、以下の物理量（**数値と単位**）を求めよ。ただし円周率として π（π のままの表記でよい）を用いよ。



(a) 周期　0.50 s

(b) 角速度　4.0π ras/s

(c) 速さ　4.0π m/s

(d) 加速度の大きさ　$1.0\times(4.0\pi)^2=16\pi^2$ m/s^2