講義　物理「力学」　　2017-03-22

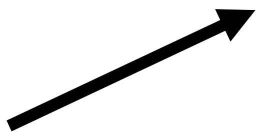
1. ベクトルとスカラー

物理学において、力や速度は「ベクトル」で表される

ベクトルは、「大きさ」と「向き」という二つの量を持つもの

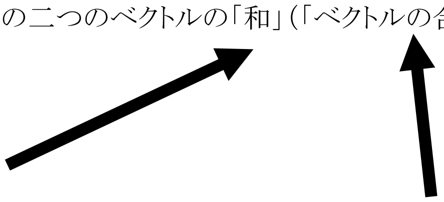
対照：「大きさ」だけで表されるものは「スカラー」という

ベクトルは図で表される：例えば 2 次元空間において、大きさと向きをもつベクトルは

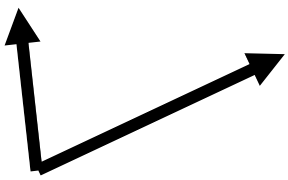


と表現できる（矢印の始まりはどこにあってもよいことに注意ー大きさと向きさえ同じなら、同じベクトル）。ここで、矢印がベクトルに相当し、その長さが「ベクトルの大きさ」、その方向が「ベクトルの向き」を表す。

(1) ベクトルの和：次の二つのベクトルの「和」（「ベクトルの合成」ともいう）は

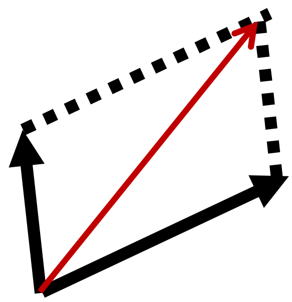


次のように、矢印の根元を合わせて（そうなるように移動する）

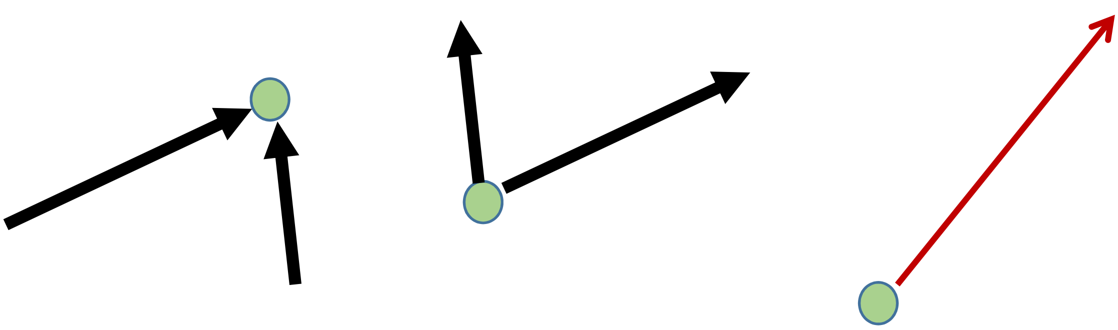


これを2辺とする「平行四辺形」を作り、

「行四辺形の対角線」として求める:



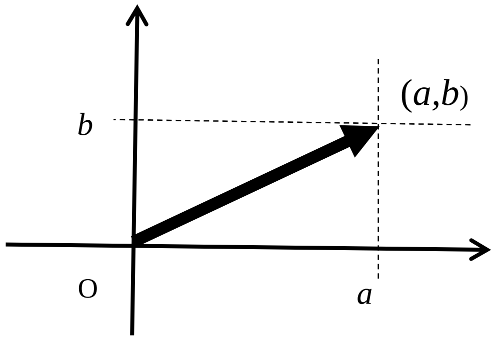
これは、ちょうど小物体に次のような二つの力を加えたときに働く力の向きと大きさに等しくなる。



また、ベクトルのスカラー倍とは、方向は同じで大きさをスカラー倍したベクトルを意味する。

(2) ベクトルの（座標）成分：

大きさと向きを持つベクトルをいちいち図で表すと面倒である。そこで座標成分を用いて表す方法を考える。ただしここで「座標軸」は別途定めておくとする。物理学では、（2次元の座標軸を考える場合）重力方向を y 軸（重力の向きを下向き）、それと垂直な方向を x 軸にとるのが慣例である。



なお座標を定めるにはそれぞれの軸に対して「単位ベクトル」が必要である。

この図で表されるベクトルが座標成分表示で(a,b)と表されるとすると、x 方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{e}_x$, y 方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{e}_y$ とすると、このベクトルは $\boldsymbol{e}_x$ を a 倍したベクトルと、$\boldsymbol{e}_y$ を b 倍したベクトルの「和」であることを意味する。

ベクトルの（座標）成分を用いると、ベクトルの和やスカラー倍、さらにベクトルの大きさが求めやすくなる：

ベクトル(a,b)とベクトル(c,d)の和：　$(a+b,\ c+d)$

要するに、成分ごとの和を成分とするベクトル

ベクトル(a,b)の p（スカラー）倍：　$p(a,b) = (pa,\ pb)$

要するに、成分ごとを p 倍したベクトル

ベクトル(a,b)の大きさ: $\sqrt{a^2+b^2}$

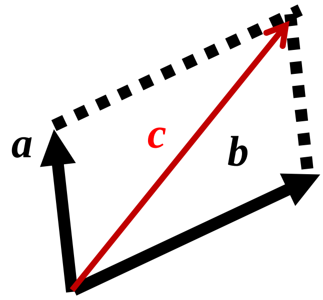
例：

ベクトル $\boldsymbol{a}$ と ベクトル $\boldsymbol{b}$ の和、$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ を求める。

$\boldsymbol{a} = (-8, 30)$　$\boldsymbol{b} = (50, 25)$　とすると

$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a}+\boldsymbol{b} = \mathbf{(42, 55)}$

と求められる。



物理学においては、水平方向(x 軸方向)と鉛直方向(y 軸方向)の力のつり合いや、速度変化は独立（つまり、互いに影響しない）ため、まず力や速度のような「ベクトル」を座標成分表示で表しておき、それぞれの成分における「つりあい」や「速度変化」を考える（＝計算する）。

この座標成分表示の方法は、次の「ベクトルの分解」でも役に立つ。

(3) ベクトルの分解：

一つのベクトルを、たがいに平行でない2つのベクトルの和で表すことを「ベクトルの分解」という

これもベクトルの座標成分表示を使うと容易である。

〈2〉からベクトル(a,b)とベクトル(c,d)の和が $(a+b, c+d)$ と表されることがわかっているので、例えば、 (p, q) という座標成分をもつベクトルは、 $(p,0)$ と$(0,q)$ というベクトルに分解されることがすぐわかる

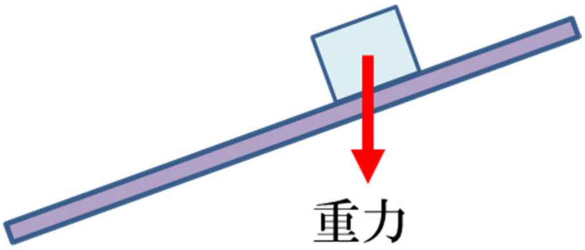
それだけではなく、 (p, q) は、(x,y)と(p-x, q-y)というベクトルに分解されることもわかる

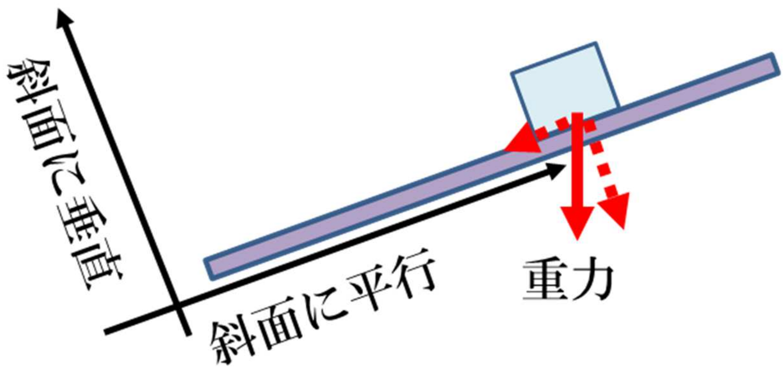
このように、力や速度など、ベクトルで表される物理量は、「座標成分表示」で考えると計算が簡単になる。

そこで力学では、力や速度などを、それぞれの座標軸の成分に分解して考えるのである

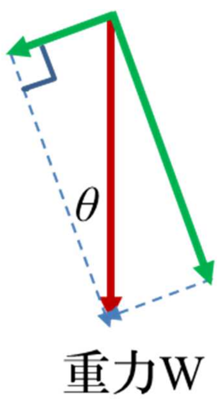
物理学でよくある「ベクトルの分解」の例：

右図のように斜面に物体を置く。物体には重力がはたらいている。この重力を、「斜面に平行な力の成分」と「斜面に垂直な力の成分」に分解する（下図）。





ここで、斜面と水平面がなす角度を θ とし、重力の大きさを W で表すと、



左図のように斜辺が W, 一つの角が θ である直角三角形が作れる（緑で書いた 2 つの力の合成が重力 W となるように長方形を書く）。

このことから、

重力の斜面に平行な「分力」の大きさは $W\sin\theta$

重力の斜面に垂直な「分力」の大きさは $W\cos\theta$

となる。

確認： θ=0 のとき（つまり斜面ではなく平面）のときに、斜面に平行な「分力」が 0, 斜面に垂直な「分力」の大きさが W となることを確かめよ。