

2010年度「論理と意味論」試験問題

出題者：白井 英俊 (中京大学情報理工学部)

日時：2011年1月25日(火) 4限(14:30~15:30) 846教室

注意：許可された用紙一枚のみ持ち込みを許可する。試験時間は60分。

問題1. 命題論理において、 p, q, r を任意の命題変項とすると、以下の式が恒真であることを、真理値表によって証明せよ。

注意：連言標準形に直したりせずに「このまま」の形の論理式に対する真理値表を作成すること。ただし、真理値表だけを書いたものは「証明」と認めない)

$$((p \wedge q \rightarrow r) \wedge q) \rightarrow (\sim p \vee r)$$

問題2. 以下の式に対する同値な冠頭連言標準形を求めよ。ただし、計算過程もきちんと書くこと。

$$(1) \forall x \sim \forall u \{P(x) \rightarrow \exists y [(Q(u, y) \rightarrow Q(y, u)) \wedge \forall z (Q(y, z) \rightarrow R(u))]\}$$

$$(2) \exists x \{\exists y (M(y) \vee P(x, y)) \rightarrow \exists y (Q(y) \wedge R(x, y))\}$$

$$(3) \forall x \sim \{\forall y \forall z P(x, y, z) \wedge (\exists z Q(x, z) \rightarrow \exists y Q(x, y))\}$$

問題3. モデル $\mathcal{M} = \langle \mathcal{D}, \mathcal{F} \rangle$ とする。そして、定義域 $\mathcal{D} = \{a, b, c\}$ とする。また、解釈関数 \mathcal{F} を以下のように定める。ただし、 π は個体定項、 M は一項述語、 L は二項述語とする。

$$F(\pi) = a$$

$$F(M) = \{a, b\}$$

$$F(L) = \{\langle a, a \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle\}$$

以下のそれぞれの論理式に対して、このモデルにおける真理値を求めよ。ただし、計算過程も書くこと。

$$(1) \forall w (M(w) \rightarrow L(\pi, w))$$

$$(2) \exists y (\sim M(y) \wedge L(y, y))$$

$$(3) \forall x (M(x) \rightarrow \exists y (M(y) \wedge L(x, y)))$$