

2011年度「論理と意味論」試験問題

出題者: 白井 英俊 (中京大学情報理工学部)

2012年1月24日 4限目 (14:30–15:30, 824教室)

- I. p, q, r を任意の命題を表わす命題変項とすると、以下の論理式が命題論理の恒真式であることを真理値表を用いて 証明せよ。

$$\{(p \rightarrow q \vee r) \wedge \sim r\} \rightarrow (p \rightarrow q)$$

- II. $Boy, Girl$ を一項述語、 $Like$ を二項述語とする (例えば、 $Boy(x)$ を「 x は男の子である」、 $Girl(x)$ を「 x は女の子である」、 $Like(x, y)$ を「 x は y が好きである」をそれぞれ表す述語と考えよ)。そして、

- (A) $\forall x(Boy(x) \vee Girl(x))$
(B) $\forall x(Boy(x) \rightarrow \exists y Like(x, y))$
(C) $\exists y(Girl(y) \wedge \forall x(Boy(x) \rightarrow Like(x, y)))$

とする。

モデルを $M = \langle D, F \rangle$ 、定義域 D を $\{a, b, c, d, e\}$ とする。また解釈関数 F について、 $F(Boy) = \{a, b\}$ 、 $F(Girl) = \{c, d\}$ 、 $F(Like) = \{\langle a, c \rangle, \langle a, e \rangle, \langle b, d \rangle, \langle b, e \rangle, \langle c, a \rangle, \langle d, a \rangle\}$ であるとしたとき、(A), (B), (C)、それぞれの真理値を求めよ (注意: 値を求める過程も記せ)。

- III. 以下のそれぞれの式に対し、同値な冠頭連言標準形を求めよ。必ず計算過程を示すこと。

- (1) $\forall x\{P(x) \rightarrow \exists y \sim (Q(x, y) \rightarrow P(y))\}$
(2) $\exists x[\forall z(\exists y P(x, y) \rightarrow Q(x)) \rightarrow \{\exists y Q(y) \rightarrow R(x)\}]$
(3) $\forall x \sim \forall u[\exists z P(u, z) \wedge \exists y\{Q(u, y) \rightarrow Q(y, u)\}]$