

2012年度「論理と意味論/数理論理学I」試験問題

出題者: 白井 英俊 (中京大学情報理工学部)

2012年7月27日(金) 3限目

注意: 指定持ち込み用紙のみ持ち込みを許可する。解答は別紙の解答用紙に行うこと

問1: 以下のそれぞれの日本語文の意味を適切に表す一階述語論理式を答えよ。ただし、普通名詞「犬」に対する一項述語を Dog 、「人」に対する一項述語を Man 、形容動詞「好きだ」に対する二項述語を $Like$ 、名詞句「飼い主」に対する二項述語を $Owner$ 、個体「花子」と「ポチ」に対応する個体定項をそれぞれ h, p とするものとする。

ヒント: 「花子はポチの飼い主だ」に対する論理式は $Owner(h, p)$ 、「ポチは花子を好きだ」に対する論理式は $Like(p, h)$ と書ける。

1. ポチは犬である。
2. どの犬も花子を好きだ。
3. ポチは、自分の飼い主でない人をみな好きではない。

問2: 以下の論理式に同値な冠頭連言標準形を求めよ。ただし、過程を明記すること。

1. $\exists u \sim \forall x \{P(x) \rightarrow \exists y [Q(x, y) \wedge \forall y \{Q(y, x) \rightarrow \exists u R(x, u)\}]\}$
2. $\exists x \sim [\{\sim P(x) \wedge \forall y Q(x, y)\} \rightarrow \exists z \forall y (S(x, z) \rightarrow R(y, z))]$

問3: モデルを $M = \langle D, F \rangle$ 、定義域 $D = \{a, b, c\}$ 、解釈関数 F を以下のように定めるとする。

$$\begin{aligned} F(M) &= \{a\} \\ F(L) &= \{\langle a, a \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle\} \end{aligned}$$

このモデルのもとで、以下のそれぞれの論理式の真理値を求めよ。計算過程も書くこと。

1. $\forall x (M(x) \rightarrow L(x, x))$
2. $\exists x (M(x) \wedge L(x, x))$

問4: p, q, r を任意の命題を表わす命題変項とすると、以下の論理式が命題論理の恒真式であることを真理値表を用いて証明せよ。

$$((p \wedge q \rightarrow r) \wedge \sim (q \rightarrow r)) \rightarrow \sim p$$