

# 2013 年度「論理と意味論 / 数理論理学 I」試験問題

出題者: 白井 英俊 (中京大学工学部)

2013 年 7 月 26 日 (金) 3 限 (13:00 ~ 14:00) 828 教室

注意: 許可された用紙一枚のみ持ち込みを許可する。試験時間は 60 分。

1.  $p, q, r$  を任意の命題を表わす命題変項とすると、以下の論理式が命題論理の恒真式であることを真理値表を用いて 証明せよ。

$$((p \rightarrow q) \wedge (\sim q \vee r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

2. 以下の式に対する同値な冠頭連言標準形を求めよ。ただし、計算過程も書くこと。

(a)  $\sim \forall x[\{P(x) \rightarrow \exists y(Q(x, y) \wedge R(y))\} \wedge \forall z \exists x S(x, z)]$

(b)  $\exists x \sim [\sim P(x) \wedge \forall y Q(x, y)] \rightarrow \exists z \forall y (S(x, z) \rightarrow R(y, z))$

3. 一階述語論理のモデル  $\mathcal{M} = \langle D, F \rangle$  の定義域を  $D = \{a, b, c, d\}$  とし、解釈関数  $F$  を以下のように定めたとする。

$$F(M) = \{a, b\}$$

$$F(G) = \{c, d\}$$

$$F(L) = \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, a \rangle, \langle d, d \rangle\}$$

以下のそれぞれの論理式に対し、このモデルにおける真理値を求めよ。ただし、計算過程も書くこと。

(a)  $\exists x(G(x) \wedge L(x, x))$

(b)  $\forall x(M(x) \rightarrow \exists y(G(y) \wedge L(x, y)))$

(c)  $\exists y(G(y) \wedge \forall x(M(x) \rightarrow L(x, y)))$

4. (救済問題) 次の質問に答えよ:

殺人事件が起こった。容疑者 3 人 (Andy、Bill、Chap としておく) が呼び出され、尋問された。Andy は自分は殺していないと言った。Bill は自分が殺したと言った。Chap は Bill が犯人だと述べた。

このままでは Bill が犯人と思われたが、捜査の結果、次のことが判明した。殺人は単独犯 (つまり、犯人は一人) で、尋問では嘘を言っていた。また、他の容疑者の少くとも一人は本当のことを言っていた。

さて、以上のことから、誰が犯人と考えられるか、理由もあわせて述べよ。